

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2016

MATHEMATIK

22. Juni 2016

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Platznummer (ggf. Name/Klasse): _____

Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind und sich die Gesamtergebnisse daraus ableiten lassen.

Jeder Prüfling muss **die eine** vom Prüfungsausschuss ausgewählte **Aufgabengruppe** bearbeiten.

Gesamtbewertung		Erst- korrektur	Zweit- korrektur
Aufgabengruppe I <u>oder</u> II	45 Punkte		

Note

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

Erstkorrektur:

_____ (Datum, Unterschrift)

Zweitkorrektur:

_____ (Datum, Unterschrift)

Bemerkung:

Aufgabengruppe I

Punkte

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A (4 | 1,5) und B (-3 | -2).
 - a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_1 rechnerisch.
 - b) Überprüfen Sie mit Hilfe einer Rechnung, ob der Punkt C (-13 | -44,5) auf der Geraden $g_2: y = 4x + 6,5$ liegt.
 - c) Gegeben ist die Gerade $g_3: y = 2 - 0,5x$.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts N von g_3 mit der x-Achse und geben Sie N an.
 - d) Die Gerade g_3 schneidet die Gerade g_2 im Punkt T.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten von T und geben Sie den Punkt an.
 - e) Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_3 in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm).
 - f) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels α , den die Gerade g_1 mit der x-Achse einschließt.

7

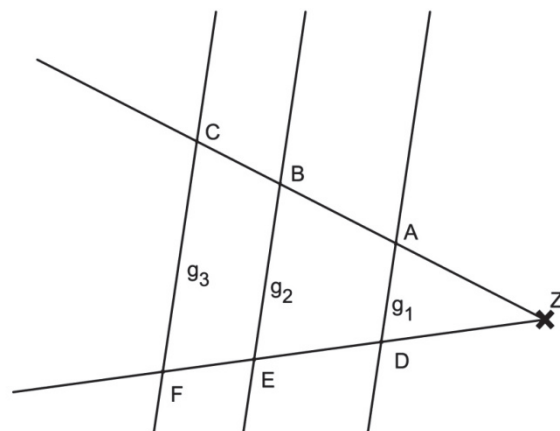
2. Schreiben Sie die folgenden Aussagen auf Ihr Lösungsblatt und ersetzen Sie jeweils den Platzhalter \square so, dass die Streckenverhältnisse richtig wiedergegeben werden.

Es gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$

a) $\square: \overline{ZA} = \overline{ZF} : \overline{ZD}$

b) $\overline{BE} : \overline{CF} = \square: \overline{ZF}$

- c) Wenn gilt:
 $\overline{ZA} = 4 \text{ cm}$,
 $\overline{ZC} = 8 \text{ cm}$,
 $\overline{AD} = 3 \text{ cm}$,
 dann gilt:
 $\overline{CF} = \square \text{ cm}$



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

3

3. In einer Tüte befinden sich 4 rote, 2 grüne und 1 weißes Gummibärchen. Christiane nimmt ein Gummibärchen heraus und isst es. Anschließend nimmt sie ein zweites und isst es ebenfalls.
 - a) Stellen Sie die möglichen Ereignisse in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die einzelnen Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.
 - b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Gummibärchen rot sind.
 - c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keines der beiden entnommenen Gummibärchen weiß ist.

4

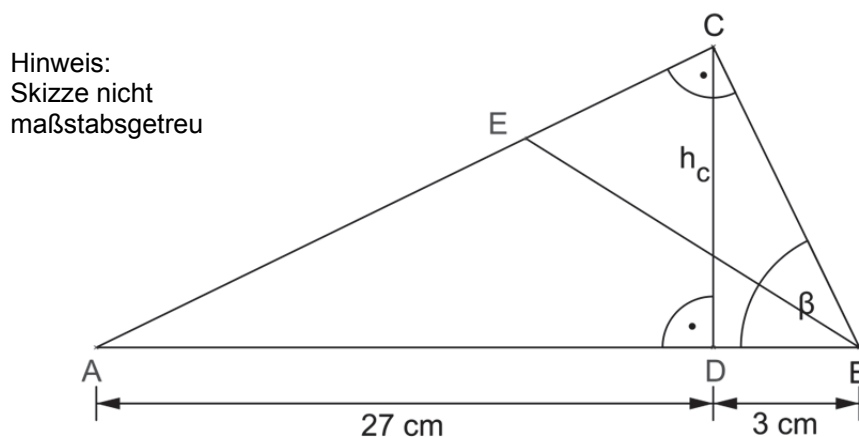
Fortsetzung nächste Seite

4. Die Halbwertszeit des radioaktiven Elements Astat-210 beträgt 8 Stunden.
- Berechnen Sie die Masse an Astat-210, die nach zwei Tagen von ursprünglich 5 Kilogramm noch vorhanden ist.
 - Nach 40 Stunden sind von einer bestimmten Menge Astat-210 noch 16,25 Gramm übrig.
Berechnen Sie die Ausgangsmenge.
 - Bei einem weiteren radioaktiven elementaren Stoff sind nach 53 Jahren von einer Masse von 5120 Gramm noch 5 Gramm vorhanden.
Berechnen Sie die Halbwertszeit und benennen Sie das Element mit Hilfe der angegebenen Tabelle.

Element	Halbwertszeit
Radium-226	1602 Jahre
Caesium-137	30,2 Jahre
Cobalt-60	5,3 Jahre
Phosphor-32	14,3 Tage
Radon-222	3,8 Tage

4

5. Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist [BE] die Winkelhalbierende des Winkels β . Die Längen der Strecken [AD] und [BD] sind bekannt (siehe Skizze).



- Berechnen Sie die Höhe h_c .
 - Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels β .
Hinweis: Rechnen Sie mit $h_c = 9$ cm.
 - Berechnen Sie die Länge der Strecke [BE].
 - Das Dreieck ABC wird mit dem Faktor $k = 3$ zentrisch gestreckt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des gestreckten Dreiecks.
6. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{2(x+2)}{x} = 2 - \frac{2-x}{x-2}$$

5

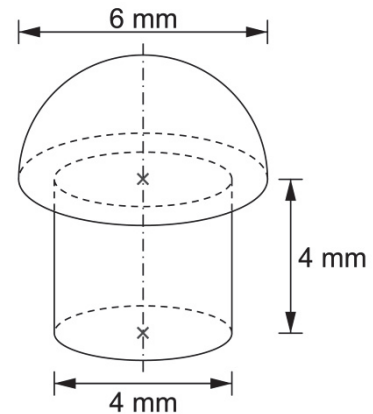
4

7. Eine Niete besteht vereinfacht betrachtet aus einem halbkugelförmigen Kopf und einem weiteren Teilkörper.

In einer Packung befinden sich 1000 massive Nieten aus Aluminium.

Berechnen Sie die Masse der 1000 Nieten in Gramm, wenn 1 cm^3 Aluminium $2,71 \text{ g}$ wiegt (Maße siehe Skizze).

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu



Punkte

3

8. Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt $S_1 (4 | -3)$.
- Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_1 in der Normalform.
 - Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 der Parabel $p_2: y = -x^2 + 8x - 15$ und geben Sie S_2 an.
 - Zeichnen Sie die beiden Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm .
 - Der Punkt $D (-7 | y_D)$ liegt auf der Parabel p_2 . Berechnen Sie die fehlende y -Koordinate des Punkts D .
 - Die Parabel $p_3: y = x^2 - 6x + 5$ schneidet die Parabel p_2 in den Punkten P und Q . Geben Sie die Punkte P und Q an, indem Sie deren Koordinaten berechnen.
 - Die Punkte $A (1 | 3)$ und $B (-7 | 19)$ liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_4 . Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_4 in der Normalform.

8

9. Folgende Gleichungen sind Anwendungen von Binomischen Formeln.

Ersetzen Sie jeweils den Platzhalter \square durch die entsprechenden Terme und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

- $16x^2 - \square + \square = (\square - y)^2$
- $0,25z^2 + 8z + \square = (\square + \square)^2$

3

10. Der Umfang eines Rechtecks mit den Seiten a und b beträgt 100 cm . Verkürzt man a um 5 cm und verlängert b um 6 cm , so verkleinert sich der Flächeninhalt um 60 cm^2 .

Berechnen Sie die Längen der Seiten a und b .

4

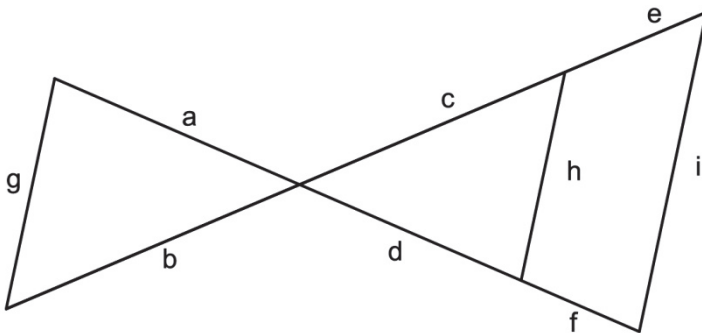
Summe: 45

Aufgabengruppe II

Punkte

1. Gegeben ist die Gerade g_1 , die durch die Punkte A $(-2 \mid 6)$ und B $(4 \mid 3)$ verläuft.
 - a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_1 rechnerisch.
 - b) Die Gerade g_2 hat die Funktionsgleichung $g_2: y = 1,5x + 3$. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts N von g_2 mit der x-Achse und geben Sie N an.
 - c) Die Gerade g_3 steht senkrecht auf g_2 und verläuft durch den Koordinatenursprung. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.
 - d) Die Gerade $g_4: y = 10x - 14$ schneidet die Gerade g_2 im Punkt T. Berechnen Sie die Koordinaten von T und geben Sie den Punkt T an.
 - e) Zeichnen Sie die Geraden g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

2. Die Strecken g , h und i sind zueinander parallel (siehe Skizze). Es gilt: $a = 4$ cm; $b = 5$ cm; $d = 6$ cm; $g = 3$ cm; $i = 6,75$ cm. Berechnen Sie die Längen der Strecken c , h und f .



Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

3. Ein Stapel mit sechs Spielkarten setzt sich aus einer Dame (D), drei Königen (K) und zwei Assen (A) zusammen. Barbara zieht mit geschlossenen Augen zweimal nacheinander eine Karte ohne Zurücklegen.
 - a) Stellen Sie die möglichen Ereignisse in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die einzelnen Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.
 - b) Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den beiden gezogenen Karten die Dame befindet.
 - c) In einem weiteren Stapel befinden sich acht verschiedene Spielkarten. Geben Sie an, wie viele Anordnungsmöglichkeiten es für diese Karten gibt.

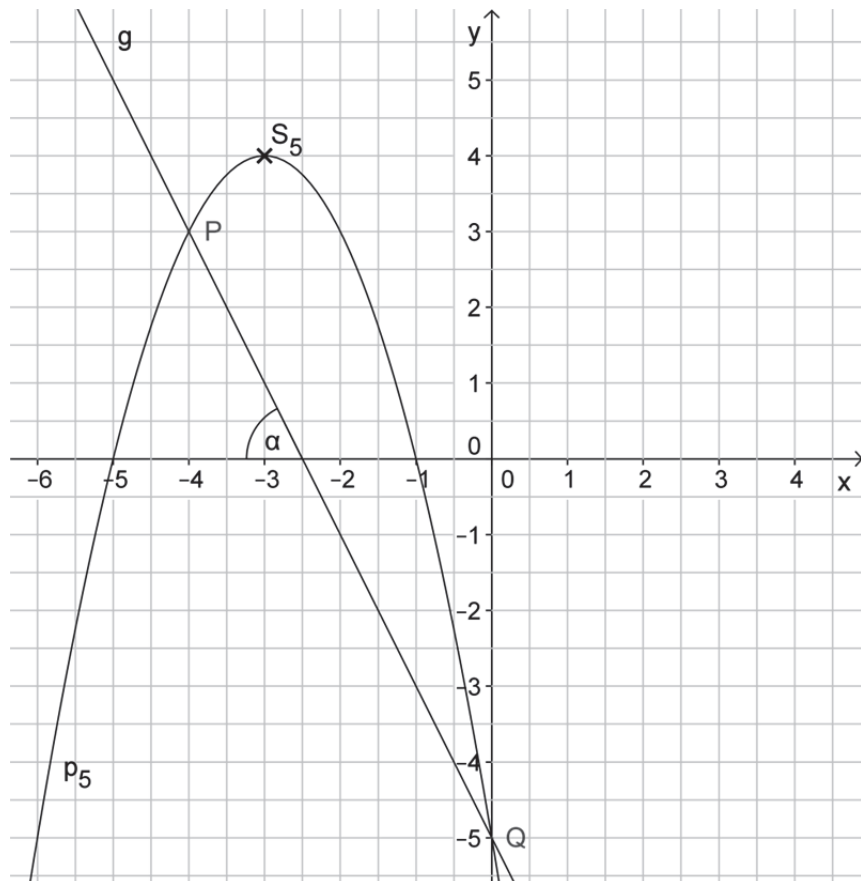
Fortsetzung nächste Seite

6

3

4

4. a) Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_1 verläuft durch die Punkte A (1 | 11) und B (-3 | -5).
Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
- b) Eine weitere nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat die Funktionsgleichung $p_2: y = x^2 + 3x + 4,25$.
Berechnen Sie die Scheitelpunktform von p_2 .
- c) Durch Spiegelung von p_2 an der y-Achse entsteht die Parabel p_3 .
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von p_3 .
- d) Die Parabel p_4 mit der Funktionsgleichung $p_4: y = -x^2 + 4,25$ schneidet die Parabel p_2 in den Punkten C und D.
Geben Sie die Schnittpunkte an, indem Sie deren Koordinaten berechnen.
- e) Gegeben sind die Graphen der Normalparabel p_5 und der Geraden g .
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g (siehe Abbildung).



- f) Berechnen Sie den spitzen Winkel α , den die Gerade g mit der x-Achse einschließt (siehe Abbildung).
- g) Ermitteln Sie rechnerisch die Normalform der Parabel p_5 (siehe Abbildung).

5. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.

Es gilt: $x, y, z \neq 0$.

$$\frac{4x^4 \cdot 3y^{-8} \cdot 5z^{-3} \cdot 2x^{-2} \cdot 4y^7 \cdot 1z^4}{16z \cdot 15x^2 \cdot 3y^{-2}}$$

2

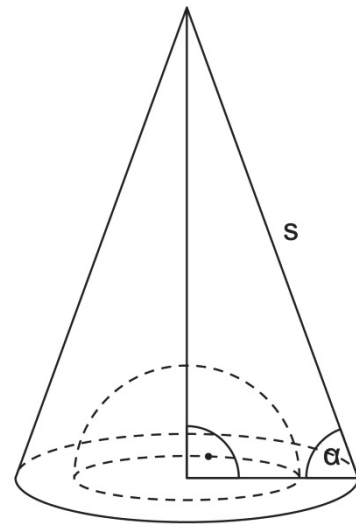
6. Aus einem kegelförmigen Werkstück wurde eine halbkugelförmige Vertiefung herausgefräst (siehe Skizze).

Die Mantellinie s des Kegels ist 15 cm lang. Sie schließt mit dem Radius der Grundfläche des Kegels den Winkel $\alpha = 53,1^\circ$ ein.

Der Radius der Halbkugel beträgt zwei Drittel des Radius der Kegelgrundfläche.

Berechnen Sie das Volumen des Werkstücks.

Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu



4

7. Markus erwirbt einen Motorroller zum Preis von 2800 €.

- Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren dieser Motorroller noch einen Wert von 210 € hätte, wenn man von einem gleichbleibenden jährlichen Wertverlust von 21 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr ausgeht.
- Tatsächlich beträgt der Wertverlust im ersten Jahr 23 %, in den folgenden Jahren jeweils 16 % vom Wert des Vorjahres. Berechnen Sie den Wert des Rollers nach 4 Jahren.
- Auch Thomas kauft sich einen Motorroller, jedoch zum Preis von 3200 €. Ermitteln Sie rechnerisch, bei welchem jährlich gleichbleibenden prozentualen Wertverlust in Bezug auf das Vorjahr der Wert des Rollers nach 10 Jahren noch 500 € betragen würde.

5

8. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

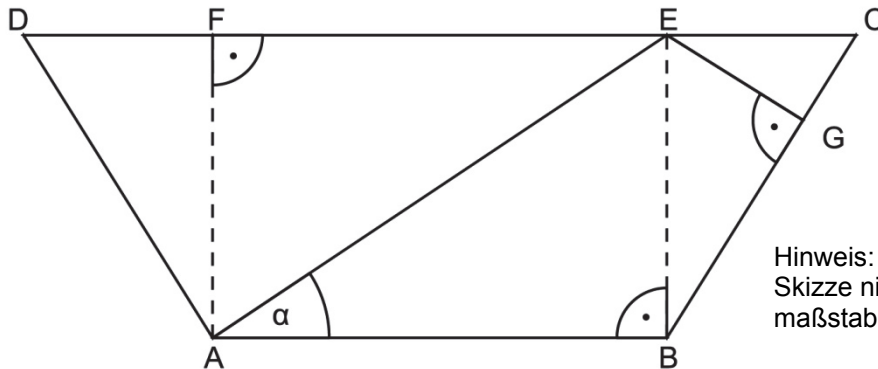
$$6 = \frac{36}{6 - 3x} - \frac{5x}{3x - 6}$$

4

Fortsetzung nächste Seite

9. In einem gleichschenkligen Trapez ABCD (siehe Skizze) hat die Strecke [AE] eine Länge von 8,5 cm, die Strecke [EG] eine Länge von 2,5 cm.

Die Größe des Winkels α beträgt 28° .



Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

- a) Berechnen Sie die Höhe [BE] des Trapezes ABCD.
- b) Ermitteln Sie die Längen der Strecken [AB] und [BC].
Hinweis: Rechnen Sie mit $\overline{BE} = 4\text{cm}$.
- c) Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Trapezes ABCD.
10. Durch eine zentrische Streckung mit dem Streckungsfaktor $k = \frac{1}{3}$ ist aus dem Parallelogramm ABCD das Bildparallelogramm A'B'C'D' entstanden.
Die beiden folgenden Aussagen sind falsch:
- (1) Die Strecke [A'B'] ist dreimal so lang wie die Strecke [AB].
- (2) Der Flächeninhalt der Originalfigur beträgt ein Drittel des Flächeninhalts der Bildfigur.
- Stellen Sie beide Aussagen auf Ihrem Lösungsblatt richtig.

6

2

Summe: 45